



PERSPECTIVAS DE USO DEL APLICATIVO FRACTION STRIPS EN LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES

Perspectives on the use of the Fraction Strips application in teaching fractions

NICOL GABRIELA HUARSAYA-JOVE, MICAELA YERI VILCA-VALDEZ, OSBALDO TURPO-GEBERA
Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú

KEYWORDS

*Virtual manipulative
Teaching fractions
Teacher training
Elementary School Teachers
Fraction Strips
Digital skills
Peru*

ABSTRACT

The COVID-19 pandemic has exposed the digital divide and the limited technopedagogical proficiency of teachers. To improve the teaching of fractions, thirty elementary school teachers were trained in the use of the Fraction Strips virtual manipulative. Phenomenology was used to assess their learning experiences and the dynamics of technological appropriation were recorded. The results showed a significant appropriation of the manipulative, the importance of multiple representations in the conceptual understanding of fractions and the promotion of meaningful and discovery learning. In conclusion, the training improved the teachers' digital competencies and pedagogical practices.

PALABRAS CLAVE

*Manipulativo virtual
Enseñanza de fracciones
Capacitación docente
Profesores de primaria
Fraction Strips
Competencias digitales
Perú*

RESUMEN

La pandemia de COVID-19 ha expuesto la brecha digital y el limitado dominio tecnopedagógico del profesorado. Para mejorar la enseñanza de fracciones, se capacitó a treinta profesores de educación primaria en el uso del manipulativo virtual Fraction Strips. Se utilizó la fenomenología para valorar sus experiencias de aprendizaje y se registraron las dinámicas de apropiación tecnológica. Los resultados mostraron una apropiación significativa del manipulativo, la importancia de las representaciones múltiples en la comprensión conceptual de las fracciones y la promoción de aprendizajes significativos y por descubrimiento. En conclusión, la capacitación mejoró las competencias digitales y las prácticas pedagógicas de los profesores.

Recibido: 25/ 09 / 2022

Aceptado: 30/ 11 / 2022

1. Introducción

El bienio (2020-2021), la pandemia de COVID-19 obligó a adoptar medidas de distanciamiento social que afectaron a múltiples sectores, incluyendo la educación, lo que llevó al cierre temporal de los centros educativos para evitar contagios masivos (Expósito, 2020). Como resultado, la educación se trasladó a entornos virtuales, lo que presentó nuevos desafíos tanto para docentes como para estudiantes. Uno de los mayores obstáculos que ha dificultado el proceso educativo es la falta de habilidades digitales por parte de los docentes, quienes se han visto limitados por la práctica pedagógica caracterizada por el uso de recursos educativos tradicionales, lo que representa una gran dificultad para adaptarse a esta nueva modalidad educativa (Castillo, 2020).

En el contexto actual, los docentes peruanos se ven obligados a formarse en el manejo de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), específicamente en las competencias digitales, alcanzando niveles intermedios de desarrollo (Hurtado-Mazeyra et al., 2022). Se ven, asimismo, inducidos a implementarlas como estrategias didácticas en sus clases de matemáticas (Sandoval, 2020). La creatividad y la manipulación de las representaciones matemáticas se fomentan en la resolución de problemas, lo que promueve el aprendizaje significativo (García et al., 2020) y tiene un efecto positivo en la motivación de los estudiantes (Fiorella et al., 2019). Además, otros recursos de las TIC, como los entornos de programación, estimulan el pensamiento matemático abstracto (Angeli & Giannakos, 2020) y contribuyen al desarrollo de la sociedad y todas las áreas del conocimiento (Gispert, 2014).

En la actualidad, existen recursos digitales que facilitan la enseñanza de conceptos matemáticos abstractos, como las fracciones (Wanderer y Longo, 2020). Uno de los recursos que pueden ser aplicados por los docentes son los manipulativos virtuales, que se basan en materiales didácticos concretos que se encuentran en la web o en aplicaciones para dispositivos móviles (Bouck et al., 2018). Estos manipulables ofrecen representaciones interactivas, tanto visuales como táctiles, permitiendo características programables y construyendo conocimientos matemáticos de manera flexible mediante la exploración y comprensión (Moyer-Packenham & Bolyard, 2016).

La fracción es uno de los conceptos matemáticos más complejos, tanto a nivel de conocimiento abstracto como procedimental. En cuanto al conocimiento abstracto, este se refiere a la comprensión del origen y las propiedades matemáticas de la fracción, las cuales se basan en la relación parte-todo. Esta relación reconoce a la fracción como una o más partes iguales de una unidad, y abarca los constructos de razón, operador, cociente y medida (Mou et al., 2016; Kieren, 1976; Post et al., 1993).

Por otro lado, en cuanto al conocimiento procedimental, se refiere a la serie de pasos necesarios para resolver un problema de fracciones. Esto implica el uso de habilidades, técnicas y métodos algorítmicos, basados en la comprensión de los conceptos abstractos (Carpenter, 1986; Nahdi & Jatisunda, 2020).

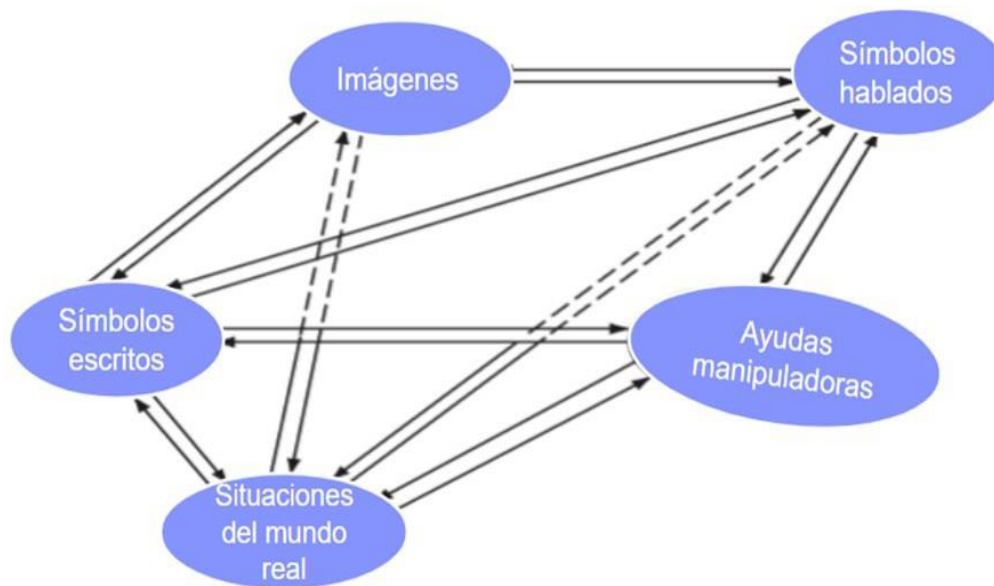
El proceso de enseñanza de conceptos matemáticos, como la fracción, se basa en el uso de diferentes sistemas de representación (Valbuena et al., 2021). Diversos estudios han afirmado que el uso de representaciones múltiples (textuales, orales, materiales concretos, gráficos, esquemas algebraicos, etc.) en entornos flexibles estimulan los procesos cognitivos (Hwang et al., 2019; Heinze et al., 2009; Terwel et al., 2009). Es decir, los entornos de aprendizaje que presentan múltiples representaciones de un concepto son más eficaces para lograr que el estudiante desarrolle una comprensión conceptual auténtica de las nociones matemáticas (Graham et al., 2009).

En un estudio previo sobre la efectividad de los manipulativos en la enseñanza de fracciones, se encontró que los estudiantes con baja capacidad tuvieron un mejor desempeño durante la intervención y lograron una comprensión más profunda del tema. Esto demuestra que los estudiantes tienen una inclinación por aprender fracciones cuando se utilizan estrategias apropiadas y los profesores están capacitados en el uso de herramientas digitales (Finti et al., 2016).

Además, los talleres de co-diseño del manipulador virtual Laboratorio de fracciones han demostrado tener un impacto positivo en el desarrollo de habilidades pedagógicas de los docentes, lo que contribuye a su crecimiento profesional. Esto se traduce en el diseño de escenarios de enseñanza que permiten a los estudiantes aprender utilizando diferentes representaciones (Hansen, 2016).

Las representaciones son una herramienta fundamental en la comprensión conceptual de las fracciones, ya que permiten la abstracción del concepto. La propuesta de representaciones de Lesh (1979) (Figura 1), reconceptualiza el principio EIS (Bruner 1976) y divide la Representación Enactiva (E) en situaciones del mundo real y ayudas manipuladoras. Además, considera la Representación Icónica (I) como imágenes y divide la Representación Simbólica (S) en símbolos escritos y hablados.

Figura 1. Modelo de representación de la comprensión conceptual de fracciones



Fuente: Lesh (1979)

El uso del manipulativo virtual Fraction Strips en la enseñanza de fracciones incluye funciones que facilitan cuatro categorías de representación propuestas por Lesh (1979):

1. Representación de símbolos escritos: hace referencia al uso de etiquetas en las tiras de fracción, signos, letras y números.
2. Representación de imagen: ofrece el uso de la tira de fracción, formas geométricas, celdillas, así como la recta numérica para ubicar fracciones.
3. Representación de situaciones del mundo real: introduce imágenes del contexto, a través de la selección de fotografías del teléfono móvil.
4. Representación de ayudas manipuladoras: consiste en la operación dinámica de las ilustraciones; las piezas seleccionadas pueden moverse, copiarse o reciclarse; las herramientas de anotación colorean y resaltan las características; la regla del manipulativo divide en partes iguales cada tira de fracción. Asimismo, la resolución del problema se puede guardar en un archivo del teléfono móvil.

1.1. Situación problemática

El contexto actual de la enseñanza está limitado tanto para los docentes como para los estudiantes, por las dificultades en el acceso a las TIC. El Ministerio de Educación del Perú (MINEDU) realiza cursos para alfabetizar digitalmente a los docentes y ha incluido en el Diseño Curricular Básico de Formación Inicial Docente una competencia digital orientada a gestionar los entornos digitales para su desarrollo profesional y práctica pedagógica. Sin embargo, existen competencias digitales limitadas, especialmente en las zonas rurales (Flores et al., 2020). Asimismo, existe una brecha digital en los estudiantes debido al reducido acceso a internet y a la tecnología, como se ha demostrado en las clases virtuales donde solo contaban con un teléfono móvil (Estrada & Mamani, 2021). Estas limitaciones hacen que el proceso formativo en entornos virtuales sea desfavorable. En la enseñanza de fracciones, se utilizan prácticas tradicionales para el desarrollo del conocimiento conceptual en lugar de diseñar actividades que promuevan la creatividad e indagación para la comprensión de los conceptos (Jingjing et al., 2019).

En la enseñanza de las matemáticas a estudiantes de 7 a 11 años en la educación básica, que se encuentran en la etapa de operaciones concretas, se requiere de materiales manipulables para la abstracción (López, 2018). Estas posibilidades no se ofrecen ampliamente por los docentes en el contexto virtual, lo que provoca que los estudiantes no comprendan los conceptos y procedimientos matemáticos. Ante estas necesidades, existen manipulativos virtuales gratuitos con características más abstractas que los manipulativos concretos (Hakim et al., 2019). Estos manipulativos ofrecen escenarios de exploración, manipulación y conceptualización, lo que permite la abstracción de los conceptos matemáticos (Nikiforidou, 2019).

El uso exclusivo de estos manipulativos virtuales no conduce a una mejora en el aprendizaje, ya que requiere de la intervención docente. Para que esta intervención sea exitosa, debe ir de la mano con la orientación técnica y pedagógica, a través de capacitaciones (Rosenfeld et al., 2019). Existen características que van a facilitar el proceso de apropiación tecnológica de los profesores; como la disponibilidad física y cognitiva; un recurso digital simple, directo y atractivo; la exploración para crear objetos de aprendizaje; y almacenar su creación para compartirla,

fomentando el aprendizaje colaborativo (Cardoso & Silveira, 2020; Turpo-Gebera et al., 2021).

En la enseñanza de las matemáticas, específicamente en la comprensión conceptual de las fracciones, el limitado acceso a las TIC y la falta de formación del profesorado pueden resultar en carencias en la enseñanza. Para superar estos desafíos, se propuso el uso de manipulativos virtuales flexibles y accesibles, como Fraction Strips, para acercar a los docentes a las posibilidades de apropiación tecnológica para mejorar la enseñanza de las fracciones. Esta investigación tiene como objetivo explorar la valoración de los docentes que participaron en un taller de capacitación sobre el uso de Fraction Strips para la comprensión conceptual de las fracciones durante la pandemia del Covid-19.

2. Método

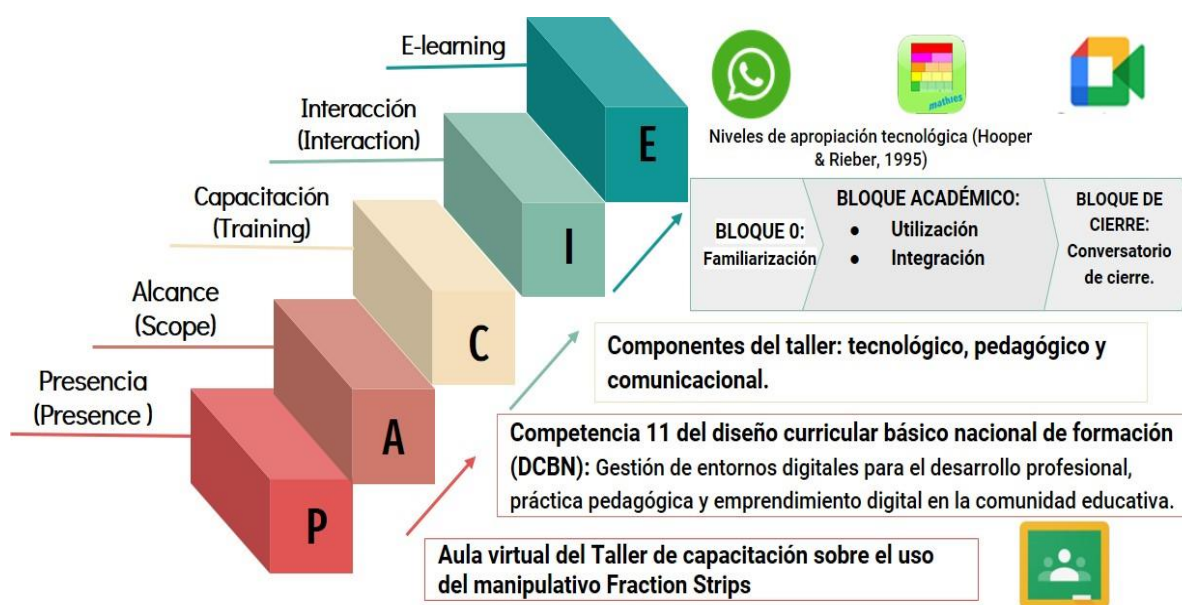
La metodología utilizada es de tipo cualitativo fenomenológico, que tiene como propósito explorar, describir y comprender las diversas experiencias de los docentes con relación al uso de Fraction Strips en la enseñanza de las fracciones. La muestra está conformada por treinta profesores peruanos de educación básica, que participan voluntariamente. El 3,3% de la muestra son jóvenes, el 86,7% son adultos, con edades entre 30 y 59 años, y el 10% son adultos mayores con edades por encima de los 60 años. La mayoría de los docentes (19) cuenta con menos de 25 años de servicio.

Durante el taller, se recogen los datos a través de un diario de campo para la observación del clima y una entrevista semiestructurada, mediante un grupo de discusión, que consiste en una conversación informal profunda de los participantes guiados por el entrevistador. La entrevista se organizó en tres partes: las experiencias del profesorado sobre el manejo de los recursos digitales en sus clases virtuales, la enseñanza de las fracciones y sus apreciaciones sobre Fraction Strips, es decir, sus ventajas, desventajas y la pertinencia en la comprensión conceptual de las fracciones a través de las representaciones múltiples.

Durante una semana, se realizaron tres sesiones de un taller que empleó la metodología PACIE (Presencia, Alcance, Capacitación, Interacción, E-learning) (Figura 2), creada por Pedro X. Camacho, pionero y director de la Fundación Latinoamericana para el Avance Tecnológico (FATLA). Esta metodología se basa en procesos académicos que fomentan la Presencia, el Alcance, la Capacitación, la Interacción y el E-learning (aprendizaje electrónico), y se caracteriza por priorizar el aprendizaje cooperativo, incluir procesos sociales, construir conocimientos a partir de la interacción de experiencias educativas y permitir espacios creativos de aprendizaje (Cevallos- Villacrés et al., 2015).

La Figura 2 resume la secuencia de pasos para implementar la metodología PACIE en el taller de capacitación sobre el uso del manipulativo virtual Fraction Strips. El proceso comienza con el diseño y la activación del entorno de aprendizaje virtual, seguido de la descripción del aprendizaje esperado y los componentes del taller, para finalizar en el proceso de apropiación tecnológica del manipulativo. La metodología PACIE permite gestionar, monitorear, evaluar las diferentes actividades de formación virtual; tornándose en una herramienta de interacción cotidiana para la formación y capacitación; y con relevante uso en las prácticas de enseñanza-aprendizaje (Basantes et al., 2018).

Figura 2. Implementación de la metodología PACIE



Fuente: Lesh (1979)

Durante el taller, se utilizó la metodología PACIE para llevar a cabo la capacitación virtual a través de Google Meet, siguiendo los tres primeros niveles de apropiación tecnológica propuestos por Hooper & Rieber (1995). En el nivel de Familiarización, se presentó por primera vez el manipulativo virtual Fraction Strips y se mostró el manual con las funciones, lo que permitió a los profesores tener un primer acercamiento a este recurso educativo. En el nivel de Utilización, se presentaron situaciones problemáticas relacionadas con los conceptos de la fracción (parte-todo, razón, operador, cociente y medida), y se enseñaron diversas estrategias para resolverlos utilizando las representaciones múltiples, como el modelo discreto, continuo y de área, las tiras de fracción, la recta numérica y la toma de fotografías del entorno del docente. Finalmente, en el nivel de Integración, los profesores voluntariamente compartieron la pantalla de su teléfono móvil para demostrar lo aprendido en la resolución de nuevos problemas y manifestaron su valoración del manipulativo virtual como una herramienta para alcanzar una comprensión conceptual más profunda de la fracción.

Se recopilaron datos cualitativos a través de diarios de campo y entrevistas, las cuales fueron transcritas utilizando una aplicación de reconocimiento de voz. Estos datos se introdujeron en el software Atlas.ti versión 9 para su análisis. Primero, se realizó una codificación abierta para identificar los fragmentos textuales más relevantes teóricamente y se establecieron las familias de códigos en cuatro categorías: I) experiencias previas en la implementación de recursos digitales, II) dificultades de los estudiantes para acceder a los recursos tecnológicos, III) perspectivas del profesorado sobre Fraction Strips, y IV) compromiso del profesorado por capacitarse.

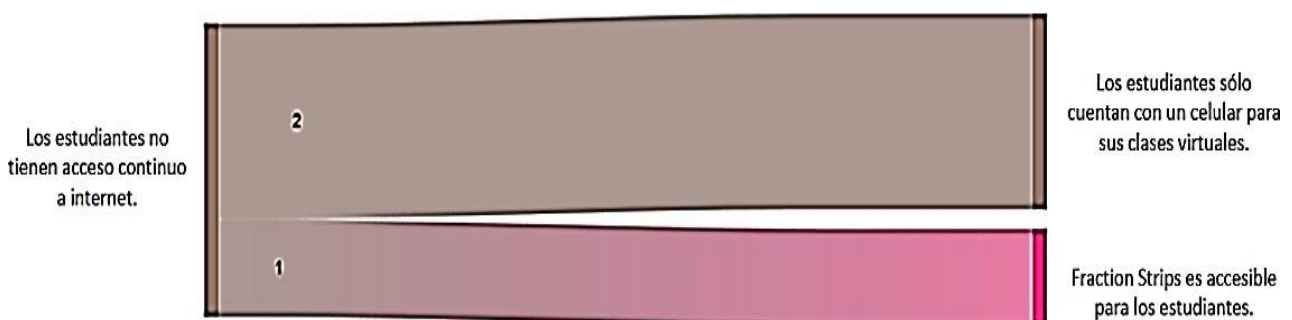
A partir de estas categorías, se creó una red de códigos utilizando los diarios de campo y se identificaron las coocurrencias de las entrevistas mediante el diagrama de Sankey, que proporciona una demostración de magnitudes relativas y/o áreas. Esto ayudó a visualizar de manera proporcional la contribución de cada código en la idea codificada que se está analizando (Friese, 2020). Finalmente, se llevó a cabo un proceso analítico y reflexivo que permitió describir las experiencias de los participantes en el taller de capacitación sobre el uso de Fraction Strips para la comprensión conceptual de la fracción.

3. Resultados

La interacción durante el taller de capacitación sobre el manipulativo virtual Fraction Strips se desarrolla en tres niveles de apropiación tecnológica: familiarización, utilización e integración. En el nivel de familiarización, los profesores manifiestan su preferencia por utilizar dispositivos más grandes como laptops y computadoras, ya que les resulta más fácil manejarlos que los celulares debido a la pantalla pequeña. Sin embargo, los estudiantes tienen un mayor dominio de los dispositivos móviles, lo que no representa un problema para ellos. En el nivel de utilización, los participantes expresan dudas sobre el uso del manipulativo, especialmente aquellos con más años de servicio, pero resaltan la pertinencia de la estructura del taller y las estrategias de resolución propuestas. En el nivel de integración, los participantes demuestran mayor destreza y compromiso por dominar el manipulativo, gracias al apoyo y orientación brindados por las capacitadoras.

Tras el análisis de coocurrencias de los códigos en la Figura 3, se observa que los profesores expresan preocupación por la falta de acceso continuo a internet de los estudiantes, lo que afecta la enseñanza del concepto de fracción a través de fichas y libros de trabajo. Además, existe una baja correlación entre la falta de acceso a internet y la accesibilidad del manipulativo virtual Fraction Strips para los estudiantes, ya que se trata de una aplicación que se puede descargar en el celular, ocupa poco espacio en la memoria y no requiere conexión a internet para funcionar. Por lo tanto, este manipulativo representa una oportunidad para implementar recursos digitales en la enseñanza de las fracciones.

Figura 3. Dificultades de los estudiantes para acceder a los recursos tecnológicos (Diagrama Sankey)

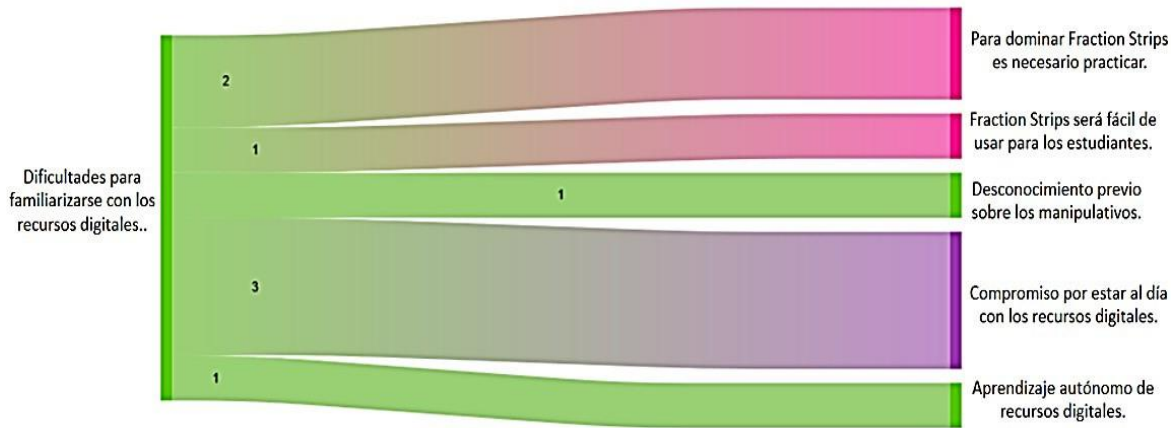


Elaboración propia

En relación a la implementación de recursos digitales, según la Figura 4, los profesores indican que han aprendido a utilizar plataformas de videoconferencia con ayuda de tutoriales y capacitaciones, a pesar de las

dificultades que enfrentan debido a la sobrecarga laboral, estrés y problemas de salud causados por el Covid-19. Sin embargo, estas dificultades no han disminuido su compromiso por adaptarse a la educación en entornos virtuales y a las nuevas generaciones que tienen un gran dominio tecnológico. Aunque los profesores no tenían conocimientos previos en manipulativos virtuales, la experiencia en el taller de capacitación les ha permitido apreciar su potencial para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que están dispuestos a practicar y dominar Fraction Strips, que es una herramienta fácil de usar para los estudiantes de esta era digital.

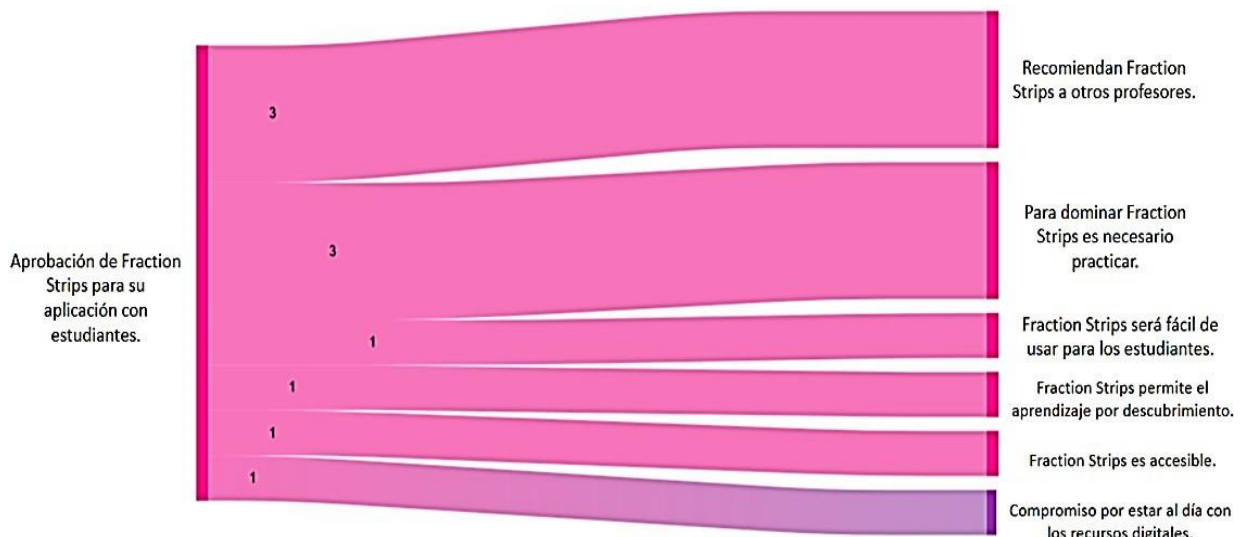
Figura 4. Experiencias en la implementación de los recursos digitales (Diagrama Sankey)



Elaboración propia

En cuanto a la aprobación de Fraction Strips para su aplicación en la enseñanza del concepto de fracción, según la Figura 5, los profesores esperan implementarlo una vez que hayan dominado su uso. Consideran que Fraction Strips es accesible, fácil de usar, intuitivo y didáctico, ya que permite a los estudiantes explorar sus funciones y se adapta a los ritmos de aprendizaje, fomentando el aprendizaje por descubrimiento y permitiendo la aplicación de diferentes estrategias en la resolución de problemas. Por estas razones, los profesores recomiendan Fraction Strips a otros colegas que comparten el interés y compromiso por estar al día con los recursos digitales para el área de matemática.

Figura 5. Las perspectivas del profesorado sobre Fraction Strips (Diagrama Sankey)

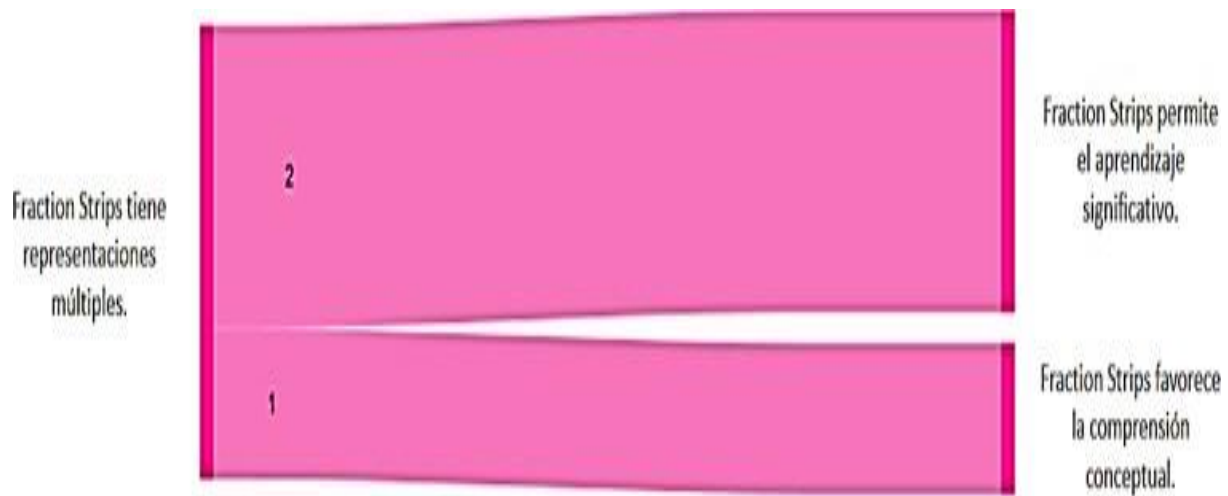


Elaboración propia

En la figura 6, los participantes del estudio destacan que el uso de representaciones múltiples, como símbolos escritos, imágenes, situaciones del mundo real y ayudas manipuladoras a través de las funciones de Fraction Strips, facilitan la conexión entre el conocimiento conceptual y el procedimental de los constructos de fracción, permitiendo así alcanzar una comprensión conceptual que se evidencia en la resolución de situaciones problemáticas. Esto refuerza la idea de que el uso de representaciones múltiples favorece la comprensión conceptual de las fracciones. En línea con esta idea, el uso de manipulativos permite un aprendizaje significativo

del estudiante, ya que representa situaciones del mundo real mediante la toma de fotografías de su contexto.

Figura 6. Representaciones múltiples de Fraction Strips (Diagrama Sankey)



Elaboración propia

4. Conclusiones

El objetivo de la presente investigación, de explorar la valoración del manipulativo virtual Fraction Strips para la comprensión conceptual de la fracción a través de las representaciones múltiples fue demostrado. Los resultados obtenidos muestran una alta aprobación hacia el uso de este recurso en el aula, así como comentarios positivos sobre la experiencia de aprendizaje durante el taller de capacitación. Los docentes participantes del estudio destacaron la metodología PACIE, utilizado durante del taller y la resolución de problemas con los constructos de la fracción como aspectos relevantes en su valoración del aplicativo Fraction Strips como un recurso didáctico.

La experiencia de los profesores que participaron en esta investigación sugiere que el manipulativo Fraction Strips puede ser implementado como recurso digital en la enseñanza de la fracción para la comprensión conceptual de los estudiantes de entre 7 y 11 años de edad, correspondiente al nivel de educación primaria en Perú. Este manipulativo brinda escenarios de exploración basados en el descubrimiento, lo que transforma el aula en un laboratorio de matemáticas, otorgando relevancia al estudiante que desarrolla sus conocimientos a partir de la manipulación (Salazar et al., 2021). Este proceso de exploración con ayuda de la manipulación conduce al estudiante a la comprensión de los conceptos, la cual se consolida con las conexiones que se establecen entre las representaciones múltiples (Duval, 2016).

En el actual contexto de la postpandemia, los profesores enfrentan una sobrecarga laboral debido a la necesidad de asistir constantemente a cursos de actualización y capacitación y brindar acompañamiento personalizado a los estudiantes. Esta situación limitó la ejecución del presente estudio, dado que muchos de los profesores inscritos no pudieron culminar oportunamente el taller de capacitación y algunas entrevistas se realizaron fuera de tiempo, lo que dificultó la obtención de respuestas inmediatas. A pesar de estas limitaciones, el taller de capacitación sobre el uso de Fraction Strips, como manipulativo para la enseñanza de fracciones, representa una oportunidad para fortalecer las competencias digitales del profesorado. La gran cantidad de información disponible en la red requiere ser seleccionada y evaluada cuidadosamente antes de su implementación, y el rol del docente es esencial para llevar a cabo este proceso de manera sistemática y complementar su actividad pedagógica con el objetivo de guiar el aprendizaje del estudiante (Martínez, 2021).

En términos metodológicos, este estudio abre la puerta a futuras investigaciones. Se recomienda que la percepción de valoración de Fraction Strips se mida en una muestra más amplia utilizando un modelo estructural, como el Modelo de Aceptación Tecnológica (TAM), que ha sido probado en otros estudios para investigar la aceptación de la tecnología educativa por parte de los profesores y los factores que intervienen (Wong, 2016). Asimismo, se espera que la efectividad del manipulativo Fraction Strips pueda ser comprobada con los estudiantes en el aprendizaje del concepto de fracción. Se sugiere, además, replicar la metodología práctica de este taller, ya que las capacitaciones ofrecidas por el Ministerio de Educación para mejorar las competencias digitales de los profesores son, en su mayoría, teóricas y no suelen ser comprendidas en su totalidad por los docentes, lo que limita su aplicación efectiva en el aula; por lo que representa una preocupación para el sector educativo en general.

References

- Angeli, C., & Giannakos, M. (2020). Computational thinking education: Issues and challenges. *Computers in Human Behavior*, 105, 106185. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2019.106185>.
- Basantes, A., Naranjo, M., & Ojeda, V. (2018). Metodología PACIE en la Educación Virtual: una experiencia en la Universidad Técnica del Norte. *Formación universitaria*, 11(2), 35-44. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062018000200035>
- Bouck, E., Working, C., & Bone, E. (2018). Manipulative apps to support students with disabilities in mathematics. *Intervention in School and Clinic*, 53(3), 177-182. <https://doi.org/10.1177%2F0741932517721712>
- Bruner, J. (1976). What's the Question to That Answer? Measures and Marginals in Crosstabulation. *American Journal of Political Science*, 20(4), <https://doi.org/10.2307/2110573>
- Cardoso, M., & Silveira, M. (2020). Design Characteristics to stimulate Technological Appropriation and Student-Centered Design in a VLEs context. In *Anais do XIX Simpósio Brasileiro sobre Fatores Humanos em Sistemas Computacionais*, (pp. 111-120). Porto Alegre: SBC. <https://doi.org/10.1145/3424953.3426634>
- Carpenter, T. (1986). Conceptual knowledge as foundation for procedural knowledge. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge. The case of mathematics* (pp.113-132). Hillsdale, MI: Lawrence.
- Castillo, L. (2020). Lo que la pandemia nos enseñó sobre la educación a distancia. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 343-352. <https://doi.org/10.48102/rlee.2020.50.ESPECIAL.119>
- Cevallos-Villacrés, Y., Meza-Herrera, M., Molina-Valdiviezo, L., Torres-Flores, G., & Sotomayor, G. (2015, May 23-25). *PACIE Methodology Applied in Virtual Learning Environments to Support Learner Academic Performance*. In Proceedings of the 7th International Conference on Computer Supported Education, Lisbon Portugal. <https://doi.org/10.5220/0005431702460252>
- Duval, R. (2016). *Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas*. En R. Duval y A. Sáenz-Ludlow (Eds.). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <http://funes.uniandes.edu.co/12213/1/Duval2016Un.pdf>
- Estrada, E., y Mamani, M. (2021). Competencia digital y variables sociodemográficas en docentes peruanos de educación básica regular. *Revista San Gregorio*, 1(45), 1-16. <https://doi.org/10.36097/rsan.v0i45.1502>
- Expósito, C. (2020). Virtualidad y educación en tiempos de COVID-19. Un estudio empírico en Argentina. *Educación y Humanismo*, 22(39). <https://doi.org/10.17081/eduhum.22.39.4214>
- Finti, H., Shahrill, M., & Salleh, S. (2016). Integrating virtual manipulative with the use of iPad in the teaching and learning of fractions. *Knowledge Management & E-Learning. International Journal*, 8(4), 581-601. <https://doi.org/10.34105/j.kmel.2016.08.036>
- Fiorella, L., Kuhlmann, S., & Vogel-Walcutt, J. (2019). Effects of Playing an Educational Math Game That Incorporates Learning by Teaching. *Journal of Educational Computing Research*, 57(6), 1495-1512. <https://doi.org/10.1177/0735633118797133>
- Flores, J., Hernández, R. y Garay, R. (2020). Tecnologías de información: Acceso a internet y brecha digital en Perú. *Revista Venezolana de Gerencia*, 25(90), 504-527. <https://bit.ly/2N7f01F>
- Friese, S. (2020). *Qualitative Data Analysis with ATLAS.ti*. SAGE Publications Ltd. <https://bit.ly/3h1isVX>
- Graham, A., Pfannkuch, M. & Thomas, M. (2009). Versatile thinking and the learning of statistical concepts. *ZDM Mathematics Education*, (41), 681-695. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0210-8>
- Hakim, L., Alghadari, F., & Widodo, S. A. (2019, October). Virtual manipulatives media in mathematical abstraction. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1315, No. 1, p. 012017). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012017>
- Hansen, A., Mavrikis, M., & Geraniou, E. (2016). Supporting teachers' technological pedagogical content knowledge of fractions through co-designing a virtual manipulative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2-3), 205-226. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9344-0>
- Heinze, A., Star, J. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, (41), 535-540. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4>
- Hooper, S., & Rieber, L. P. (1995). Teaching with technology. In A. C. Ornstein (Ed.), *Teaching: Theory into practice* (pp. 154-170). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon
- Hurtado-Mazeyra, A., Núñez-Pacheco, R., Barrera-Parra, A., Guillén-Chávez, E. & Turpo-Gebera, O. (2022). Digital competencies of Peruvian teachers in basic education. *Frontiers in Education*, (7). <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.1058653>
- Hwang, W., Utami, I., Purba, S., & Chen, H. (2019). Effect of ubiquitous fraction app on mathematics learning achievements and learning behaviors of Taiwanese students in authentic contexts. *IEEE Transactions on Learning Technologies*, 13(3), 530-539. <https://doi.org/10.1109/TLT.2019.2930045>

- Kieren, T. E. (1976, april). *On the mathematical, cognitive and instructional*. In Number and measurement. *Papers from a research workshop*. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED120027.pdf#page=108>
- Lesh, R. (1979, november). *Mathematical learning disabilities: Considerations for identification, diagnosis, and remediation*. In Applied mathematical problem solving, Columbus, Ohio <https://eric.ed.gov/?id=ED180816>
- López, Z., & López, T. (2018). Inteligencias Múltiples en el trabajo docente y su relación con la Teoría del Desarrollo Cognitivo de Piaget. *Killkana sociales*, 2(2), 47-52. https://doi.org/10.26871/killkana_social.v2i2.299
- Martínez, A. (2021). Competencias Digitales Docentes y su Estado en el Contexto Virtual. *Revista Peruana de Investigación e Innovación Rducativa*, 1(2), e21038-e21038. <https://dx.doi.org/10.15381/rpiiedu.v1i2.21038>
- Mou, Y., Li, Y., Hoard, M. K., Nugent, L., Chu, F., Rouder, J., & Geary, D. (2016). Developmental foundations of children's fraction magnitude knowledge. *Cognitive development*, 39, 141-153. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2016.05.002>
- Moyer-Packenham, P., & Bolyard, J. (2016). Revisiting the definition of a virtual manipulative. In Moyer-Packenham (ed.). *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives* (pp. 3-23). Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32718-1>
- Nahdi, D., Jatisunda, M., Cahyaningsih, U., & Suciawati, V. (2020). Pre-service teacher's ability in solving mathematics problem viewed from numeracy literacy skills. *ilkogretim Online*, 19(4). <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2020.762541>
- Nikiforidou, Z. (2019). Probabilities and Preschoolers: Do Tangible Versus Virtual Manipulatives, Sample Space, and Repetition Matter?. *Early Childhood Education Journal*, 47(6), 769-777. <https://doi.org/10.1007/s10643-019-00964-2>
- Rosenfeld, D., Dominguez, X., Llorente, C., Pasnik, S., Moorthy, S., Hupert, N., & Vidiksis, R. (2019). A curriculum supplement that integrates transmedia to promote early math learning: A randomized controlled trial of a PBS KIDS intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 49, 241-253. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2019.07.003>
- Salazar, J., Bedón, P., Salazar, Y., & Salazar, M. (2021). Recursos en el aula de clase para la enseñanza de fracciones en educación general básica media de las instituciones de educación públicas de la ciudad de Latacunga, Ecuador. *Revista Boletín Redipe*, 10(5), 121-138. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i5.1289>
- Sandoval, C. (2020). La educación en tiempo del Covid-19 herramientas TIC: El nuevo rol Docente en el fortalecimiento del proceso enseñanza aprendizaje de las prácticas educativas innovadoras. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 9(2), 24-31. <https://doi.org/10.37843/rted.v9i2.138>
- Terwel, J., van Oers, B., van Dijk, I., & van den Eeden, P. (2009). Are representations to be provided or generated in primary mathematics education? Effects on transfer. *Educational research and Evaluation*, 15(1), 25-44. <https://doi.org/10.1080/13803610802481265>
- Turpo-Gebera, O., Hurtado-Mazeyra, A., Delgado-Sarmiento, Y., Guerra-Cáceres, E. y Benique-Ramos, C. (2021). La E-credibilidad en la sociedad de la información ¿qué piensan y hacen los estudiantes universitarios? *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Informação*, E31. <http://www.risti.xyz/issues/ristie31.pdf>
- Valbuena, J., Gutiérrez, N., & Pulido, C. (2021). Aprendizaje del objeto fracción en un contexto rural. *Revista Boletín Redipe*, 10(8), 430-452. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i8.1419>
- Wanderer, F., & Longo, F. (2020). Enunciados que Constituem as Docências em Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, 34(67), 421-440. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a04>
- Wong, G. (2016). The behavioral intentions of Hong Kong primary teachers in adopting educational technology. *Educational Technology Research and Development*, 64(2), 313-338. <https://doi.org/10.1007/s11423-016-9426-9>
- Zhang, J., Gao, M., Holmes, W., Mavrikis, M., & Ma, N. (2019). Interaction patterns in exploratory learning environments for mathematics: a sequential analysis of feedback and external representations. *Chinese schools. Interactive Learning Environments*, 1-18. <https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1620290>